

3. N 個の同種原子からなる単体結晶のエネルギーバンドを強結合近似により考える。座標 \mathbf{r} にある波数 \mathbf{k} の電子の波動関数をブロッホ形式で

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = N^{-1/2} \sum_j \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j) \phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (1)$$

と書いたとき (\mathbf{r}_j は j 番目の原子核の座標)、結晶ポテンシャル H による 1 次のエネルギー変化 $\epsilon_{\mathbf{k}}$ は行列要素

$$\langle \mathbf{k} | H | \mathbf{k} \rangle = N^{-1} \sum_j \sum_m \exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_m)] \langle \phi_m | H | \phi_j \rangle \quad (2)$$

から求められる。ここで、 $\phi_m \equiv \phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m)$ である。

- (1) $\epsilon_{\mathbf{k}} = \langle \mathbf{k} | H | \mathbf{k} \rangle = -\alpha - \gamma \sum \exp(-i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho})$ と表せることを示しなさい。ただし、 $\boldsymbol{\rho}$ は最近接原子へのベクトルであり、和は最近接原子間についてだけ取る。また、 $-\alpha = \int dV \phi^*(\mathbf{r}) H \phi(\mathbf{r})$ および $-\gamma = \int dV \phi^*(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}) H \phi(\mathbf{r})$ である。
- (2) 前問 (1) の $-\alpha$ 、 $-\gamma$ の物理的意味を解答しなさい。
- (3) 格子定数 a の単純立方格子について $\epsilon_{\mathbf{k}}$ を α, γ などを用いて示し、バンド幅について議論しなさい。

4. 超伝導に関する以下の問いに答えなさい。

- (1) ロンドン方程式 $\mathbf{J} = -\mathbf{A}/\mu_0 \lambda_L^2$ およびマクスウェル方程式から、 $\nabla^2 \mathbf{B} = \mathbf{B}/\lambda_L^2$ を導き、超伝導体の内部に磁場が侵入しないことを説明しなさい。
- (2) 超伝導量子干渉計 (SQUID) の応用例を挙げ、その応用をもたらす原理・特徴について述べなさい。

以上