

4. N 個の同種原子からなる単体結晶のエネルギーバンドを強結合近似により考える。座標 \mathbf{r} にある波数 \mathbf{k} の電子の波動関数をブロッホ形式で

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = N^{-1/2} \sum_j \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j) \phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (4-1)$$

と書いたとき (\mathbf{r}_j は j 番目の原子核の座標)、結晶ポテンシャル H による 1 次のエネルギー変化 $\epsilon_{\mathbf{k}}$ は行列要素

$$\langle \mathbf{k} | H | \mathbf{k} \rangle = N^{-1} \sum_j \sum_m \exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_m)] \langle \phi_m | H | \phi_j \rangle \quad (4-2)$$

から求められる。ここで、 $\phi_m \equiv \phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m)$ である。

- (1) $\epsilon_{\mathbf{k}} = \langle \mathbf{k} | H | \mathbf{k} \rangle = -\alpha - \gamma \sum \exp(-i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho})$ と表せることを示しなさい。ただし、 $\boldsymbol{\rho}$ は最近接原子へのベクトルであり、和は最近接原子間についてだけ取る。また、 $-\alpha = \int dV \phi^*(\mathbf{r}) H \phi(\mathbf{r})$ および $-\gamma = \int dV \phi^*(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}) H \phi(\mathbf{r})$ である。
 - (2) 前問 (1) の $-\alpha$ 、 $-\gamma$ の物理的意味を解答しなさい。
 - (3) 格子定数 a の面心立方格子について $\epsilon_{\mathbf{k}}$ を α, γ などを用いて示し、バンド幅について議論しなさい。
5. 超伝導に関する以下の問いに答えなさい。

- (1) ロンドン方程式 $\mathbf{J} = -\mathbf{A}/\mu_0\lambda_L^2$ およびマクスウェル方程式から、 $\nabla^2 \mathbf{B} = \mathbf{B}/\lambda_L^2$ を導き、 λ より十分大きな超伝導体の内部に磁場が侵入しないことを説明しなさい。
- (2) ジョセフソン効果の応用例を挙げ、その応用をもたらす原理・特徴について述べなさい。

以上