

1. 磁場 B のもとで、磁気モーメントの z 成分として $\mu, 0, -\mu$ を取り得る粒子 N 個からなる系を考える。カノニカル分布の考えを用いてこの系の分配関数を求め、自由エネルギー、エントロピー、比熱および磁化を求めよ。
2. N 個の古典一次元調和振動子からなる系について、位相空間での積分により分配関数、自由エネルギー、エントロピーを求めよ。なお、この系のハミルトニアンは

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} q_i^2 \right) \quad (1)$$

と書ける。

数学公式

スターリングの式 $\log N! \simeq N(\log N - 1)$

ガンマ関数 $\Gamma(n+1) = n!$, $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n)!}{2^{2n}n!} \sqrt{\pi}$ (n は整数)

ガウス積分 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}$

1 粒子分配関数 $z = \sum_i^n e^{-E_i/k_B T}$

以上