

## 統計物理学 演習問題

2019/11/06

### 問題

以下の設問に答えよ。ただし、温度を  $T$ 、ボルツマン定数  $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$  J/K、プランク定数  $h = 2\pi\hbar = 6.6 \times 10^{-34}$  Js とする。

1. 振動数  $\omega$  を持つひとつの振動子のエネルギー準位は

$$\epsilon = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

で与えられる。全体  $N$  個の独立な振動子からなる系が、全エネルギー  $E = \frac{N}{2}\hbar\omega + M\hbar\omega$  を持つ場合を考える。

- (a) 熱力学的重率  $W$  を求めよ。  
(b) この系の温度と  $E$  の関係を説明せよ。

2.  $N$  個の独立な粒子からなる体積  $V$  の系がある。1 粒子量子状態  $i$  のエネルギーを  $\epsilon_i$  としたとき、 $i$  を占める平均の分子数  $\bar{n}_i$  は

$$\bar{n}_i = Ne^{-\epsilon_i/k_B T} / \sum_i e^{-\epsilon_i/k_B T} \quad (2)$$

で与えられる (ボルツマン分布)。理想気体では、1 粒子量子状態は運動量空間に密度  $V/(2\pi\hbar)^3$  で均一に分布していることから、運動量  $\mathbf{p}$  の 1 粒子状態を占める平均の分子数  $\bar{n}_{\mathbf{p}}$  を求めよ。

以上