

問題

以下の設問に答えよ。ただし、温度を T 、ボルツマン定数 $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$ J/K、プランク定数 $h = 2\pi\hbar = 6.6 \times 10^{-34}$ Js とする。

1. 各問に答えよ

- エネルギー等分配の法則を説明せよ。
- 固体の格子振動を説明するモデルとして、アインシュタインモデルとデバイモデルが提唱された。これらふたつの違いを述べよ。
- 1成分系の圧力-温度相図を描き、「化学ポテンシャル」と「ギブスの相律」という語を用いて相平衡状態を議論せよ。
- ミクロカノニカル分布、カノニカル分布、グランドカノニカル分布の違いを説明せよ。
- フェルミ粒子とボース粒子の違いについて説明せよ。

2. N 個の 1 種類の粒子からなる系について、以下の問いに答えよ。

- ϵ_1 および ϵ_2 に分布する系のエネルギー E 、エントロピー S をミクロカノニカル分布を用いて計算せよ。
- 磁場 B のもとで、磁気モーメントの磁場方向成分として $\mu, -\mu$ を取り得る場合を考える。カノニカル分布を用いて温度 T の熱浴に接触しているこの系の分配関数を求め、自由エネルギー $F = E - TS$ 、エントロピー $S = -\partial F / \partial T$ 、比熱 $C = \partial E / \partial T$ および磁化 $M = -\partial F / \partial B$ を求めよ。

数学公式

スターリングの式 $\log N! \simeq N(\log N - 1)$

ガンマ関数 $\Gamma(n+1) = n!$, $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\sqrt{\pi}$ (n は整数)

ガウス積分 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}$

1 粒子分配関数 $z = \sum_i^n e^{-E_i/k_B T}$

ヘルムホルツの自由エネルギー $F = -k_B T \log Z$

以上